MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU LITTORAL
DELEGATION DEPARTEMENTALE DU WOURI
INSTITUT POLYVALENT FOSSO---
BP: 5050 AKWA- DOUALA
TEL: 674873630
Département de MATHEMATIQUE

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix- Travail-Patrie
…………….
ANNEE SCOLAIRE: 2023-2024

Classe : Tle D/TI

Coef : 4 Durée : 4H

EVALUATION N°4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties A et B noté sur 20 points

PARTIE A : Evaluation des ressources 15 points

EXERCICE 1/ (03 points)

Pour chacune des questions suivantes, quatre propositions vous sont proposées, choisir la bonne et l'écrire sur votre feuille de composition sans justification. **0,75x4=3pts**

1) Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $\frac{1}{3}$. A partir de quel indice n, les termes de la suite sont-ils strictement inférieurs à 0,0001 ?
   a) $n = 11$ **b) $n = 12$** **c) $n = 10$** **d) $n = 9$**
2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 + 1}$. La courbe (C_f) de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ admet en $-\infty$ une asymptote d'équation :
   a) **$y = 2x + 1$** **b) $y = -2x + 1$** **c) $y = 2x$** **d) $y = 2x - 1$.**
3) Le tableau suivant donne le nombre de kg perdus par des patients diabétiques pendant une période (en mois) de cure.

Durée X (en mois)	3	1	2	4	5
Nombre Y de kg perdus	6	4	5	9	11

La droite régression de Y en X est :

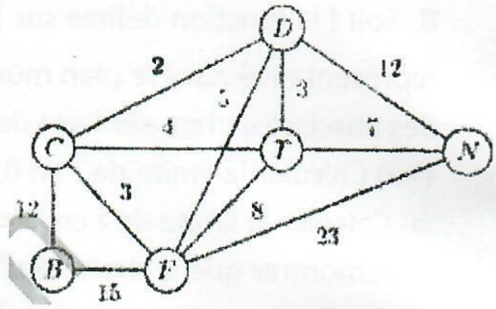
a) $y = 1{,}8x + 1{,}6$ **b) $y = 1{,}7x + 1{,}8$** **c) $y = 1{,}9x + 1{,}3$** **d) $y = 2{,}1x + 0{,}8$**

4) On a dans le plan complexe les points A, B et C d'affixes respectives $a = -1 - 2i$, $b = 1 + i$ et $c = 4 - i$. S désigne la similitude directe de centre A transformant B en C. l'expression analytique de S est :

a) $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = x - y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x' = x + y + 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$

Exercice 2 (2 pts)

On considère le graphe pondéré ci-contre :



1- Montrer que ce graphe admet une chaine Eulérienne **0,25pt**

2- En utilisant l'algorithme de DIJKSTRA, déterminer la chaine de

De poids minimal reliant le sommet B au sommet N. **1pt**

3- En utilisant l'algorithme de KRUSKAL, déterminer un arbre

Couvrant de poids minimal de ce graphe en précisant le poids de cet arbre. **0,75pt**

Exercice 3 (4 pts)

A) On donne le polynôme $P(z) = z^3 - (2\sqrt{2} + 3)z^2 + 3(1 + 2\sqrt{2})z - 9$.

1 a) Vérifier que $P(3) = 0$. **0,25pt**

b) Déterminer les réels a et b tels que, $\forall z \in \mathbb{C}$, on ait $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$. **0,5pt**

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. **0,5pt**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectifs 3, $\sqrt{2} - i$ et $\sqrt{2} + i$. Soit D un point d'affixe z_D.

a) Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ et en déduire la nature du triangle ABC. **0,75pt**

b) Déterminer z_D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. **0,25pt**

c) 3) On considère la rotation r de centre Ω d'affixe $\omega = 2i$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et h l'homothétie de centre Ω et de rapport −2.

a) Montrer que l'écriture complexe de r est $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) z + \sqrt{3} + i$. **0,5pt**

b) Déterminer l'écriture complexe de h. **0,25pt**

c) Déterminer l'écriture complexe de l'application $f = hor$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

Exercice 3 (06 pts)

A .On considère la fonction g définie sur $]0 ;+\infty[$ par $g(x) = -2x^2 - 1 + \ln x$.

1) Calculer les limites aux bornes de D_g. **0,5pt**

2) Calculer la dérivée g'(x) pour tout $x \in]0; +\infty[$ puis étudier son signe. **0,5pt**

3) Dresser le tableau de variation de g sur $]0,+\infty[$ **0,5pt**

4) En déduire que pour tout x de $]0 ;+\infty[$, $g(x) < 0$ **0,25pt**

B. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{2}\frac{\ln x}{x}$. On désigne par C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (o,i,j) d'unités graphique 2cm sur l'axe des abscisse et 1cm sur l'axe des ordonnées.

1) a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat. **0,5pt**

b) Calculer la limite de f en $+\infty$ **0,25pt**

c) Démontrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à C **0,5pt**

d) Etudier la position relative de C et Δ sur $]0; +\infty[$ **0,5pt**

2) a) Calculer la dérivée f'(x) pour tout $x > 0$ **0,5pt**

b) Vérifier que pour tout x de $]0 ;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ **0,5pt**

c) Déduire de la partie A le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$ **0,5pt**

d) Calculer $f(1)$. En déduire le signe de f sur $]0, +\infty[$ **0,25pt**

3) Dans le plan muni du repère (o,i,j), Tracer Δ et C . **0,75pt**