DEVOIR SURVEILLE N°2.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : **15,5 pts**

Exercice1 : **4pts**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;$\vec{u}$;$\vec{v}$), unité graphique 4cm. On désigne par B le point d'affixe i et M_1 le point d'affixe $z_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$.

1) Déterminer le module et un argument de z_1. **0.75pt**
2) Soit M_2 le point d'affixe z_2 image de M_1 par la rotation de centre o et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   a) Déterminer z_2, puis le module et un argument de z_2. **1pt**
   b) Montrer que le point M_2 appartient à la droite d'équation $y = x$. **0.5pt**
3) Soit M_3 le point d'affixe z_3 image de M_2 par l'homothétie de centre O et de rapport $2+\sqrt{3}$. **1pt**
   a) Montrer que $z_3 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$.
   b) Montrer que les points M_1 et M_3 appartiennent au cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$.
4) On désigne par **r** la rotation de centre **O** et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et par **h** l'homothétie de centre **O** et de rapport $2+\sqrt{3}$. On pose $s = h^o r$ la composée de r par h.
   a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de **s.** **0.75pt**
   b) Déterminer l'écriture complexe de s. **0.5pt**

Exercice2 : **5pts**

Soit f la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+1-\ln x}{x}$ et (C_f) sa représentation graphique dans le repère orthonormé $(O;I;J)$, unité graphique 1cm sur les axes.

Partie A/ Etude d'une fonction auxiliaire. **2.5pts**

On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2 + \ln x - 2$.

1) Déterminer le domaine de définition de g et déterminer les limites aux bornes de D_g. **0.75pt**
2) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variations. **0.5pt**
3) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α *et que* $1,30 < \alpha < 1,35$ **0.5pt**
4) Etudier le signe de $g(x)$sur $]0;+\infty[$. **0.5pt**
5) Calculer la dérivée de la fonction $x \longmapsto x\ln x - x$ puis en déduire la primitive **G** de la fonction g *qui prend la valeur* $\frac{1}{3}$ *en* 1. **0.75pt**

Partie B/ Etude de la fonction f : 2.75pts

1) Calculer les limites de f en 0 et $+\infty$. **0.5pt**

2) a) Calculer la dérivée $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ puis en déduire le sens de variations de f. **0.75pt**
b- Dresser le tableau de variation de f . **0.25pt**

3) Soit (D) la droite d'équation $y = x$.

a) Déterminer les coordonnées du point B intersection de (D) et (C_f). **0.5pt**

b) Préciser la position relative de (C_f) par rapport à (D). **0.5pt**

c) Montrer que la droite (D) est asymptote à (C_f) en $+\infty$. **0.5pt**

Construire (C_f). **0.5pt**

Exercice3 : **3pts**

Une urne contient **3** boules **vertes, 4** boules **rouges,** et **5** boules **bleues.** On tire au **hasard** et **simultanément deux** boules de l'urne.

1) a) Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleur verte ? **0.5pt**

b) Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes **0.5pt**

2) Lorsqu'on tire une boule bleue on gagne **500** ; lorsqu'on tire une boule rouge, on perd 500; lorsqu'on tire une boule verte , on ne gagne rien , on désigne par X le gain obtenu.
   - **a)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. **0.75pt**
   - **b)** Calculer l'espérance mathématique et la variance **de** X . **1.25pts**

Exercice4 : **4pts**

1) On considère l'équation $(E) : 5x - y = -3$.
   - **a)** Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ $l'équation(E)$. **0.75pt**

2) On considère les suites (x_n) et (y_n) définies par $\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_{n+1} = 4x_n + 2 \end{cases}$ et $\begin{cases} y_0 = 8 \\ y_{n+1} = 4y_n + 1 \end{cases}$
   - a) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, le couple $(x_n; y_n)$ est solution de (E) **0.75pt**

     On pose $u_n = x_n + a$ et $v_n = y_n + b$ $où$ a et b sont des nombres réels
   - b) Déterminer **a** et **b** pour que les suites $u_n et$ v_n soient géométriques. **0.5pt**
   - c) Exprimer x_n et y_n en fonction de n en déduire la convergence des suites $x_n et$ y_n **1pt**

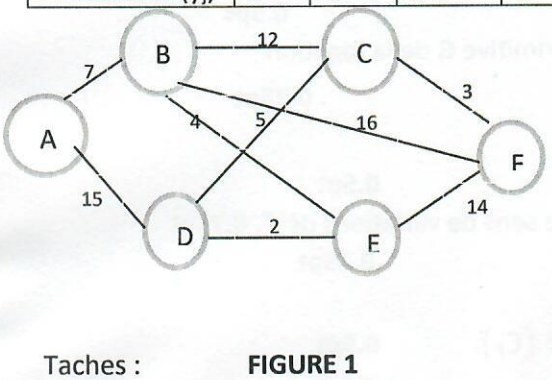
3) Linéariser $\cos^5 x$ et en déduire une primitive de $\cos^5 x$ **1pt**

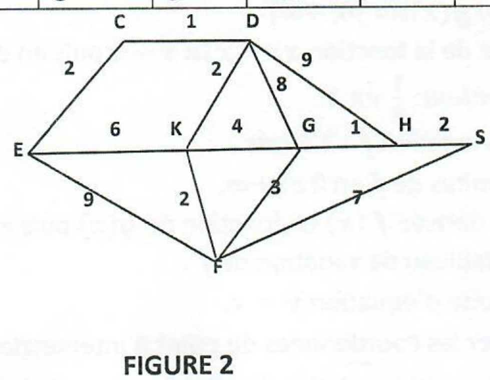
PARTIE B: EVALUATON DES COMPETENCES : 4.5pts

ESSO et YOPA sont deux grands commerçants d'une ville A. La figure 1 ci-dessous est la carte du réseau routier d'une ville du Cameroun sur laquelle on a précisé la consommation en carburant entre deux quartiers. ESSO n'a plus assez d'argent sur lui et son tableau de bord indique qu'il y'a encore 21 litres d'essence dans le réservoir de son véhicule. Cependant, il doit impérativement livrer une marchandise dans la ville F avant la fin de la journée. YOPA quant à lui a des livraisons à faire dans 8 supermarchés (partant du supermarché S au supermarché E) d'une autre ville X dont les liaisons possibles sont données par la figure 2 ci-dessous. Les poids sur les arrêtes représentent la durée moyenne en heures de parcours dudit trajet. Ne disposant que de 13 heures pour faire ces livraisons dans cette ville avant de passer à la prochaine ; YOPA cherche à connaitre le trajet qu'il devra emprunter pour terminer ces huit livraisons à temps.

A la fin de sa livraison ; YOPA a regroupe dans le tableau ci-dessous la production moyenne en tonne Y de son jardin en fonction du nombre d'année pendant 10 ans. Par des calculs ; il désire estimer la production de son jardin la quinzième année ; si le couple x,y forme de l'année x et de sa production y est solution de la droite de régression de y en x obtenue a partir de la méthode ders moindres carres.

Année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production (y_j)	3	4	5.1	6	7.5	8	9	10.5	11.5	13





Taches : **FIGURE 1** **FIGURE 2**

1) ESSO pourra-t-il arriver dans la ville F avec cette quantité de carburant ? **1.5pts**
2) Quel itinéraire doit prendre YOPA pour terminer sa livraison à temps ? **1.5pts**
3) Aidez YOPA à déterminer sa production à la quinzième année **1.5pts**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES **05 pts**

Situation

Pour l'élection législative dans une ville, nous avons deux candidats : Ales et Bertrand. Le candidat Alex a formé une grande équipe dynamique afin de pouvoir remporter ces élections. Son équipe est repartie en 6 commissions : Communication – Stratégie – Finances – Relations Humaines – Sondages – Sportive. Chacune des personnes du groupe fait partir de deux commissions exactement et deux commissions quelconques ont exactement une personne en commun.

Pour gratifier les membres de son groupe, Alex décide de donner 10.000 francs la première semaine, puis chaque semaine la somme reçue et augmentée de 5% sur celle de la semaine précédente. M Boula, un des membres du groupe décide d'économiser tout son argent car il a en projet de se procurer une cuisinière a 98000 Francs pour sa femme après les deux mois que vont durer la campagne électorale.

Les membres de la commission Sondage ont réalisé pendant la semaine précédant l'élection, un premier sondage sur 1700 personnes (qui disent la vérité) et ils ont obtenus 53% d'intentions de votes pour leur candidat Alex. Un second sondage sur 250 personnes (qui disent la vérité) donne 56% d'intentions de vote pour le candidat Bertrand.

NB : pour plus de 95% des échantillons d'effectifs $n \geq 25$, si la fréquence $f \in [0,2; 0.8]$ alors la proportion (de votes recueillis finalement) p a estimer appartient a l'intervalle de confiance $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Taches

1- Déterminer le nombre de membre du groupe d'Alex ainsi que le nombre de personne par commission. **1,5pt**

2- Apres les sondages réalisés, quel candidat semble le mieux placé pour l'emporter ? **1,5pt**

3- M Boula aura – t – il assez d'argent pour son projet ? **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**