REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Ministères des Enseignements secondaires
LYCEE CLASSIQUE DE NKOLBISSON
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Année Scolaire : $2022-2023$
Classe : T^{le} D
Coefficient : 4 Durée : $4h00$.

BACCALAUREAT BLANC N°01

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 *points*)

Exercice 1 : ($4,5$ *points*)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. T est la transformation du plan d'expression analytique ci-contre. $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$. (Γ) est l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan tels que $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

1)
a- Montrer que l'écriture complexe de T est $z' = (1+i)z - i$. **$0,25$ *pt***
b- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de T. **$0,75$ *pt***
2) On note A le point d'affixe 1, et on se donne un point K distinct de A et d'image K' par T.
a- Déterminer $mes(\overrightarrow{AK},\overrightarrow{AK'})$. **$0,25$ *pt***
b- Donner un programme de construction de K' connaissant K. **$0,25$ *pt***
3) Déterminer une équation cartésienne de (Γ'), image de (Γ) par T. **$0,5$ *pt***
4) Démontrer qu'il existe un unique point B distinct de A tel que z_B l'affixe de B vérifie $z_B z_{B'} = 1$ avec $z_{B'}$, l'affixe de B' image de B par T. **1 *pt***
5) A' est le symétrique de A par rapport a O.
a- Déterminer l'affixe de A', et démontrer que les points A, A', B et B' sont cocycliques. **$0,75$ *pt***
b- Construire dans le repere $(O,\vec{u},\vec{v})$, le cercle (C) qui passe par les points points A, A', B et B. **$0,75$ *pt***

Exercice 2 : ($4,5$ *points*)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = e^x - lnx$. On appelle (C) sa courbe représentative dans un représentative.

I-
1- Etudier les variations de la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = xe^x - 1$. **$0,5$ *pt***
2- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^x$ et montrer que l'équation $xe^x = 1$ admet une unique solution α sur$]0,4;0,6[$. **$0,75$ *pt***
3- Préciser le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$. **$0,5$ *pt***
II-
1- Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **$0,5$ *pt***
2- Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$. **$0,25$ *pt***
3- En déduire les variations de f sur $]0;+\infty[$ et dresser son tableau de variation. **$0,75$ *pt***
4- Montrer que f admet un minimum $m = f(\alpha)$ et que $f(\alpha) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$. **$0,5$ *pt***
5- Déterminer la limite en $+\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu. **$0,5$ *pt***
6- Tracer la courbe (C) dans un repère orthonormé (O,I,J).($2cm$ sur les axes). **$0,5$ *pt***

Exercice 3 : ($2,5$ *points*)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = e$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$. On pose pour tout entier naturel n, $v_n = ln(u_n)$.

1) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **$0,5$ *pt***
2) Exprimer v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n. **$0,5$ *pt***

3) On pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$.

a) Montrer que $P_n = e^{S_n}$. **$0,5\ pt$**

b) Exprimer S_n et P_n en fonction de n. **$0,5\ pt$**

c) En déduire les limites de S_n et P_n lorque n tend vers $+\infty$. **$0,5\ pt$**

Exercice 4 : ($4\ points$)

I- Un ostréiculteur élèves deux espèces d'huitres : la « plate » et la « ronde ». Chaque année, les huitres plates représentent les 15% de sa production.

Les huitres sont dites de calibre 3 lorsque leur masse est comprise entre $70g$ et $90g$, seulement 10% des huitres plates sont de calibre 3, alors que 80% des huitres rondes le sont.

Le service sanitaire prélève une huitre au hasard dans la production de l'ostréiculteur, on suppose que toutes les huitres ont la même chance d'être choisies. On note :

- R l'évènement « l'huitre prélevée est ronde »
- C l'évènement « l'huitre prélevée est de calibre 3 ».

1. Construis un arbre pondéré correspondant à cette épreuve. **$0,75\ pt$**
2. Calcule la probabilité d'obtenir une huitre de calibre 3. **$0,5\ pt$**
3. Le service sanitaire a prélevée une huitre de calibre 3, quelle est la probabilité que ce soit une huitre plate ? **$0,5\ pt$**

II- On lance un dé tétraédrique dont les 4 faces portent les numéros 1, 2, 3 et 4 et on lit le numéro de la face cachée. Pour $i \in \{1; 2; 3; 4\}$, on note P_i la probabilité d'obtenir le nombre i sur la face cachée. Ce dé est pipé de sorte que P_1, P_2, P_3 et P_4 soient dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison 2.

1) Montrer que $P_1 = \frac{1}{15}$ et déterminer P_2, P_3 et P_4. **$1\ pt$**

2) On lance 5 fois de suite ce dé et on note X la variable aléatoire égale au nombre de numéros pairs obtenusa l'issue des cins lancers.

a) Déterminer l'univers-image $X(\Omega)$ de la variable aléatoire X. **$0,25\ pt$**

b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux numéros pairs au cours a l'issue des cinq lancers. **$0,5\ pt$**

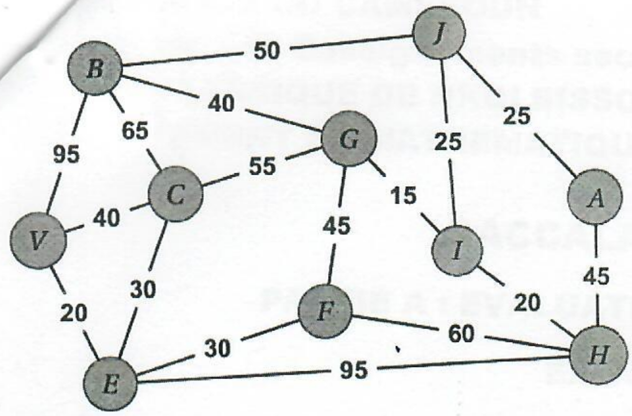
c) Calculer l'espérance mathématique de X. **$0,5\ pt$**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : ($4,5\ points$)

M **Baye** est un grand apiculteur les quantités en litres de miel produit par sa nouvelle ruche à la fin de chacune des huit premières semaines sont respectivement de 2,5 ; 3 ; 3,5 ; 5 ; 7 ; 7,5 ; 9 et 10. A la fin de chaque semaine, le miel produit est conservé dans une bouteille non transparente de même contenance. M. **Baye** a oublié de mentionner la correspondance entre une bouteille contenant du miel et la semaine de production. Il voudrait présenter 65 litres de ce miel à un mini comice agropastoral qui se déroulera deux semaines après la 8^{ieme} semaine de production de sa ruche. Avant la tenue du comice, M. **Baye** décide de contracter un crédit dans une banque dont le montant du remboursement est de $3\,815\,720\ fcfa$. Le remboursement de ce crédit se fait par mensualités. La première mensualité est de $200\,000\ fcfa$, et après, chaque mensualité diminue de 5% par rapport à la mensualité précédente. **M Baye** dispose d'un véhicule qui consomme en moyenne un litre d'essence pour une distance de $10km$, et compte économiser au maximum de l'essence lorsqu'il devra se rendre de sa localité de résidence A pour la localité V suivant le plan de la **figure ci-dessous.**

Le litre d'essence coute $800\ fcfa$. Sur **la figure ci-dessous**, les lettres représentent des localités, et les nombres sont les longueurs en kilomètres des routes reliant les localités les unes aux autres.

N.B : Une mensualité est la somme d'argent versé chaque mois à une banque ou un établissement prêteur afin de rembourser un crédit.



Taches :

1- Quel est le cout minimal de l'essence lorsque monsieur Baye doit se rendre de la localité A à la localité V à l'aide de son véhicule ? **1,5 pt**

2- Quel est le nombre d'années nécessaires pour que monsieur Baye rembourse entièrement sa dette ? **1,5 pt**

3- M. Baye peut-il espérer présenter son produit à ce comice en supposant maintenu le rythme de production des huit premières semaines ? **1,5 pt**