PARTIE A: ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 4,75 points

1. Déterminer les racines cubiques de 8 sous la forme algébrique dans $\mathbb{C}$. 0,75 pt
2. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$.
   a) Montrer que $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$. En déduire la nature exacte du triangle ABC. 0,75 pt
   b) Déterminer le centre et le rayon du cercle Γ_1 circonscrit au triangle ABC 1,5 pt
   c) Montrer que l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z qui vérifie $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$ est le cercle de centre Ω d'affixe -2 et de rayon 2 0,5 pt
   d) Vérifier que A et B sont éléments de Γ_2. 0,5 pt
   e) Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S de centre Ω qui transforme A en B. 0,75 pt

Exercice 2 : 3 points

Soit (E) l'équation différentielle $y' - 2y = 0$ où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1.a) Résoudre l'équation (E) sur $\mathbb{R}$. 0,5 pt
   b) Montrer que la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x}$. 0,5 pt
   c) Déterminer en fonction de n la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[n, n+1]$ 0,5 pt

2. Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = \frac{1}{2}(e^2 - 1)e^{2n}$ pour tout entier $n \geq 0$.
   a) Calculer u_0 et u_1. 0,5 pt
   b) Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison e^2. 0,5 pt
   c) Déterminer la valeur exacte de la somme : $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{2023}$. 0,5 pt

Exercice 3 : 3 points

I- Une urne contient cinq jetons portant respectivement les nombres 1 ; e^2 ; $\frac{1}{e^2}$; e et $\frac{1}{e}$, tous indiscernables au toucher. On tire successivement au hasard et avec remise deux jetons de l'urne et on note par a et b les nombres lus respectivement sur le premier jeton, puis sur le deuxième jeton tiré. A cette expérience aléatoire, on associe le point M d'affixe $z = \ln a + i\ln b$. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement A : « M appartient à l'axe des réels». 0,75 pt
2. Montrer que la probabilité de l'évènement B : « M appartient à l'axe des imaginaires purs » est égale à 0,2. 0,75 pt

II- Un agent publicitaire pour son service a pour base de travail, le tableau ci-après :

Frais de publicité x (en dizaines de millions de francs)	7	7,8	9,2	10,5	11	11,5
Chiffre d'affaires y (en dizaines de millions de francs)	237	235	248	250	268	259

1. Déterminer une équation de la droite de Mayer de $(x; y)$. 1pt
2. En déduire une estimation des frais de publicité d'une entreprise dont le chiffre d'affaires est de 3 milliards de francs. 0,5pt

Exercice 4 : 4,25 points

1. On considère la fonction g définie sur $]-1;0[$ par : $g(x) = \frac{1}{x^2-x}$.
   a) Calculer les limites de g à droite en -1 et à gauche en 0. **0,5 pt**
   b) Étudier les variations de g. **0,5 pt**
   c) En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $]-1;0[$, $g(x) < 0$. **0,25 pt**
   d) Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]-1;0[$, $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$. **0,5 pt**
   e) En déduire sur $]-1;0[$, la primitive G de g qui s'annule en $-\frac{1}{2}$. **0,5 pt**
2. On considère la fonction f définie sur $]-1;0[$ par : $f(x) = ln\left(\frac{-x}{x+1}\right)$.
   a) Déterminer les limites de f aux bornes de l'intervalle $]-1;0[$. **1 pt**
   b) Montrer que pour tout réel x de $]-1;0[$, $f'(x) = g(x)$. **0,5 pt**
   c) En déduire le sens de variation de f sur $]-1;0[$. **0,5 pt**

PARTIE B: ÉVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

Situation :

TANG voudrait se marier malgré ses moyens limités, puis voyager avec son épouse, afin de finaliser un projet qu'il avait entamé. Dans le souci de pouvoir acheter le billet d'avion de sa femme, il place l'argent de son billet d'avion dans une banque à un taux d'intérêt annuel composé de 5%. Dans cette banque, pour tout calcul, $ln2 = 0,69$ et $ln1,05 = 0,049$.

Pour son mariage, il se rend dans un magasin où le prix de chaque article a subi deux baisses successives de même taux à telle enseigne qu'une veste qui coûtait 140.000F avant ces baisses est vendue à 126350F. TANG ne dispose que de 17500F pour acheter un sac qui coûtait 20.000F après la 1ère baisse et qui a subi le même taux de baisse que la veste.

Pour son projet, TANG ne compte que sur les loyers des maisons que lui a léguées son père. Ces maisons produisent une somme $S(x) = \frac{x^3-15x^2+63x}{2}$ en millions de francs où x est le rang de l'année à compter de l'année de leur mise en location. Son projet ne peut être réalisé que si au cours des neuf premières années, il obtient au moins 41 millions de francs en un an.

Tâches :

1. A partir de combien d'années les intérêts produits à la banque permettront-ils à TANG d'acheter un autre billet d'avion pour son épouse ? **1,5pt**
2. TANG pourra-t-il à partir des loyers de ses maisons réaliser son projet? **1,5pt**
3. TANG pourra-t-il acheter ce sac ? **1,5pt**

Présentation : **0.5pt**